

**Силабус**  
**навчальної дисципліни**  
**«Геометрія підмноговидів»**

<b>рівень вищої освіти</b>	перший (бакалаврський) рівень
<b>галузь знань</b>	01 Освіта/Педагогіка
<b>спеціальність (предметна спеціальність)</b>	014.04 Середня освіта (Математика)
<b>освітня програма</b>	Математика та інформатика
<b>вид дисципліни</b>	вибіркова
<b>факультет</b>	факультет математики та інформатики

**Розробники програми:** Віктор Лисиця, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики та інформатики, [lysytsya@karazin.ua](mailto:lysytsya@karazin.ua)

**1. Опис навчальної дисципліни**

**1.1. Метою викладання навчальної дисципліни «Геометрія підмноговидів» є:**

надання здобувачам освіти фундаментальних знань і навичок, необхідних для розуміння і роботи з підмноговидами, які є центральним об'єктом дослідження в диференціальній геометрії, навчити використовувати концепції і методи геометрії многовидів для вирішення задач як у чистій математиці, так і в прикладних дисциплінах, таких як фізика (особливо загальна теорія відносності) і механіка.

**1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни «Геометрія підмноговидів» є:**

ознайомити здобувачів освіти з основними поняттями і визначеннями геометрії підмноговидів;

сформувати розуміння геометричних структур:

навчити працювати з диференціальними формами;

навчити здобувачів освіти аналізувати та вирішувати варіаційні задачі;

розвинути навички моделювання в фізиці та математиці.

**1.3. Кількість кредитів – 5.**

**1.4. Загальна кількість годин – 150.**

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Розділ 1. Диференціальна геометрія і основні поняття теорії підмноговидів

#### *Тема 1. Вступ до многовидів*

Основні поняття многовидів: топологічні, гладкі та орієнтовані многовиди. Приклади многовидів: сфера, тор, простори Лобачевського. Диференційовані функції та відображення між многовидами.

#### *Тема 2. Теорія підмноговидів*

Поняття підмноговида. Вбудовані та занурені підмноговиди. Теорема про занурення. Операції над підмноговидами: зрізи, дотичні простори.

#### *Тема 3. Дотичні векторні простори і векторні поля*

Дотичні векторні простори до підмноговидів. Векторні поля на многовидах. Лі-деривативи та градієнти на многовидах.

#### *Тема 4. Ріманова геометрія*

Ріманові многовиди та метрики. Довжини кривих, геодезичні лінії. Поняття кривини. Теореми Хопфа-Рінова та Мейєрса.

### Розділ 2. Афінні і проєктивні перетворення

#### *Тема 5. Диференціальні форми і інтегрування на підмноговидах*

Диференціальні форми, коформи, та їх властивості. Інтегрування диференціальних форм на підмноговидах. Теорема Стокса та її застосування. Коваріантне диференціювання.

#### *Тема 6. Тензори і алгебра тензорів*

Поняття тензорів та їх застосування в геометрії.

Симетрії та структури тензорних полів. Тензорна алгебра і її застосування в фізиці та геометрії.

#### *Тема 7. Геодезичні і потоки*

Геодезичні потоки.

Мінімізація довжин кривих та варіаційні задачі на підмноговидах.

#### *Тема 8. Елементи симплектичної геометрії*

Симплектична геометрія та її зв'язок з теорією підмноговидів.

Класичні і сучасні застосування в фізиці та топології.

Теореми Картана, теорема Гауса-Бонне.

### 3. Методи навчання

Форми навчання: лекції (розкриваються принципові та найбільш важливі аспекти визначених тем) із застосуванням мультимедійних засобів навчання; інтерактивні практичні заняття з елементами теоретичних питань.

Різні групи методів: 1) методи організації та здійснення навчально-пізнавальної діяльності (розповідь-пояснення, бесіда, лекція, ілюстрація, демонстрація, вправи, індукція, дедукція), 2) методи стимулювання й мотивації навчально-пізнавальної діяльності (використання дидактичних ігор, перегляд відеороликів), 3) методи контролю/самоконтролю, корекції/самокорекції за ефективністю навчально-пізнавальної діяльності (виконання самостійних завдань, участь у пізнавальних іграх, виконання групових завдань), 4) інтегровані методи (комплексне поєднання кількох методів).

### 4. Методи контролю

Контроль знань з навчальної дисципліни визначає відповідність рівня отриманих студентами знань, вмій та навичок вимогам нормативних документів з вищої освіти. Навчальним планом та програмою навчальної дисципліни передбачені різні види завдань. За виконання різних видів завдань протягом семестру студенти набирають певну суму балів, яка дозволяє (або не дозволяє) скласти залік.

*Поточний контроль* - усні опитування на лекціях за контрольними та програмними питаннями поточної та попередніх тем; оцінювання ступеню активності студентів та якості їх виступів на практичних заняттях. Передбачені контрольні роботи.

### 5. Схема нарахування балів

Поточний контроль та самостійна робота								контрольні роботи	Поточний контроль	залік
Розділ 1				Розділ 2						
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8			
7	7	8	8	7	8	7	8	60	40	100

## 6. Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
	для дворівневої шкали оцінювання (курсова робота)
90 – 100	зараховано
70 – 89	
50 – 69	
1– 49	не зараховано

## 9. Рекомендована література

### Базова

1. Борисенко, О.А. Диференціальна геометрія і топологія : навч. посіб. для студентів мех.-мат. фак. ун-тів, дисципліна "Диференційна геометрія і топологія" — Х. : Основа, 1995. — 209 с.
2. О.О. Пришляк. Гладкі многовиди та тензори. Навчальний посібник. – Київ: 2022. – 50 с.
3. Spivak, Michael. A Comprehensive Introduction to Differential Geometry Publ., Incorporated, 1979, 320 p.

### Допоміжна

4. Диференціальна топологія. Методична розробка до курсу Диференціальна геометрія та топологія для студентів механіко математичного факультету/ Упорядн. О.О.Пришляк.- К.: ВЦ Київський університет , 2000. 40с
5. О.О.Пришляк. Топологія многовидів. – К.: 2013. – 83 с.